

Graufleckenbildung an Zahnrädern

Ursachen, Prüfverfahren, Berechnung, Praxiserfahrungen

Dr.-Ing. Josef Theißen

(ehemals A. Friedr. Flender AG Bocholt)

Inhaltsübersicht

1. Einleitung
2. Zahnschäden durch Graufleckigkeit
 - 2.1 Entstehung der Graufleckigkeit
 - 2.2 Einflussparameter
3. Prüfverfahren zur Graufleckentragfähigkeit der Getriebeöle
4. Theoretische Grundlagen zur Berechnung der Graufleckengefährdung von Zahnradern
 - 4.1 Spezifische Schmierfilmdicke
 - 4.2 Verfahren nach FVA-54
 - 4.3 Verfahren nach FVA-259
5. Praktische Berechnungen und Erfahrungen
6. Zusammenfassung
7. Literaturverzeichnis

1. Einleitung

In Industriegetrieben hoher Leistungsdichte mit einsatzgehärteten und geschliffenen Zahnrädern spielt die Graufleckentragfähigkeit der Getriebeöle sowie die Vorausberechnung der Sicherheit gegen Graufleckenbildung eine wichtige Rolle. Das Auftreten von Grauflecken an den Zahnflanken und das Fortschreiten zu größeren Flankenausbrüchen durch ungeeignete Schmieröle führen zum Ausfall des Getriebes. Die Entstehung von Grauflecken zu verhindern gilt besonders für das Hauptgetriebe in Windenergieanlagen. Abhängig von Witterungsverhältnissen unterliegt das Hauptgetriebe starken Last- und Temperaturschwankungen. Neben Phasen geringer und mittlerer Betriebslasten gibt es solche hoher Betriebslasten. Diese erfordern für den infrage kommenden Temperaturbereich neben hoher Grübchen- und Fress- bzw. Verschleißtragfähigkeit der Getriebeöle auch eine hohe Graufleckentragfähigkeit.

2. Zahnschäden durch Graufleckigkeit

Graufleckenschäden an einsatzgehärteten und geschliffenen Zahnrädern stellte man zum ersten mal Mitte der 70-er Jahre in Turbogetrieben von Diesellokomotiven fest. Die verwendeten Getriebeöle hatten eine niedrige Viskosität von ISO-VG 32. Im PAE-Labor der Fa. Shell wurden erstmals am FZG-Prüfstand diese Schäden reproduziert und ein erstes Testverfahren entwickelt /1/. Aber erst Anfang der 80-er Jahre beobachtete man Grauflecken verstärkt auch in Industriegetrieben, insbesondere in großen, langsam laufenden Zahnradstufen, obwohl in Industriegetrieben wesentlich höhere Ölviskositäten (ISO-VG 220 und darüber) zum Einsatz kommen. Vermutlich hängt das vergleichsweise späte Auftreten von Grauflecken bei hochviskosen Getriebeölen auch damit zusammen, dass man zum damaligen Zeitpunkt gesundheitsschädliche Additivanteile - wie z.B. Blei - aus den Getriebeölen heraushielt.

Graufleckigkeit wurde wissenschaftlich erstmals an der Forschungsstelle für Zahnrad- und Getriebebau der TU-München (FZG) an Standard-Verspannprüfständen mit Achsabstand 91,5 mm und Modul 4,5 mm untersucht und ein Stufentest zur Bewertung der Graufleckentragfähigkeit der Getriebeöle festgelegt /2/. Das im selben Projekt entwickelte Berechnungsverfahren eignet sich für Zahnräder ähnlich den im Versuch benutzten Rädern. Die sichere Vorausberechnung der Graufleckengefahr insbesondere für Großgetriebe ist seit einigen Jahren Zielrichtung verschiedener Forschungsprojekte. Der frühe Hinweis von Flender auf die Unzulänglichkeit des Rechenverfahrens für Großgetriebe und die Initiative zum Bau eines FVA-Großgetriebe-Prüfstandes haben mit dazu beigetragen, dass sowohl die Grauflecken- als auch Fresstragfähigkeitsberechnung für Großzahnräder erheblich verbessert wurden. Im Folgeprojekt /3/ entwickelte die FZG ein Rechenverfahren, das praktisch für alle Zahnmodule gültig ist. Erprobt wurde es auf Verspannprüfständen bis Achsabstand 200 mm. Auf dem Großgetriebeprüfstand der Ruhr-Universität Bochum /4/ mit Achsabstand von 447 mm und Modul bis 22 mm konnte die Gültigkeit des neuen Rechenverfahrens für große Module ebenfalls bestätigt werden. Seit einiger Zeit wendet Flender die modernen Rechenverfahren in sichtlicher Übereinstimmung mit Praxiserfahrungen an. Durch die Forderung von Flender nach Industriegetriebeölen hoher Graufleckentragfähigkeit und unter Mitbeteiligung an der Entwicklung solcher Öle /5/ hat die Schmierstoffindustrie inzwischen hochtragfähige und für Windkraftanlagen geeignete Getriebeöle auf den Markt gebracht.

2.1 Entstehung der Graufleckigkeit

Graufleckigkeit entsteht im Zahneingriff durch Mischreibung. Der tragende Schmierfilm wird unter hoher Pressung durchbrochen, so dass sich die Zahnflanken metallisch berühren. Bild 1 zeigt schematisch ein Zahnpaar unter der Normalkraft F_n . Im Berührungspunkt entsteht die Abplattung mit der Breite $2 \cdot b_H$, im rechten Bildteil vergrößert dargestellt. Bei ideal glatt gekrümmten Zahnflanken verläuft die Hertzsche Pressung im Bereich der Abplattung gemäß einer Halbellipse. Der Scheitelwert beträgt

$$p_H = \sqrt{\frac{F_n \cdot E}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot (1 - \nu^2)}} \quad (1)$$

In Gl. (1) bedeuten: E = Elastizitätsmodul in N/mm^2 , ν = Querkontraktionszahl, l = Länge der Berührlinie in mm, r = resultierender Krümmungsradius beider Zahnflanken im Berührungspunkt in mm.

Die Zahnflanken sind nicht ideal glatt, sondern weisen Erhebungen und Täler auf. Vorstehende Flankenbereiche pressen stärker aufeinander als zurückliegende. In den Tälern können zusätzlich Kerbspannungen vorliegen. Es entstehen lokale Pressungsüberhöhungen gegenüber dem Hertzschen Pressungsverlauf ideal glatter Zahnflanken.

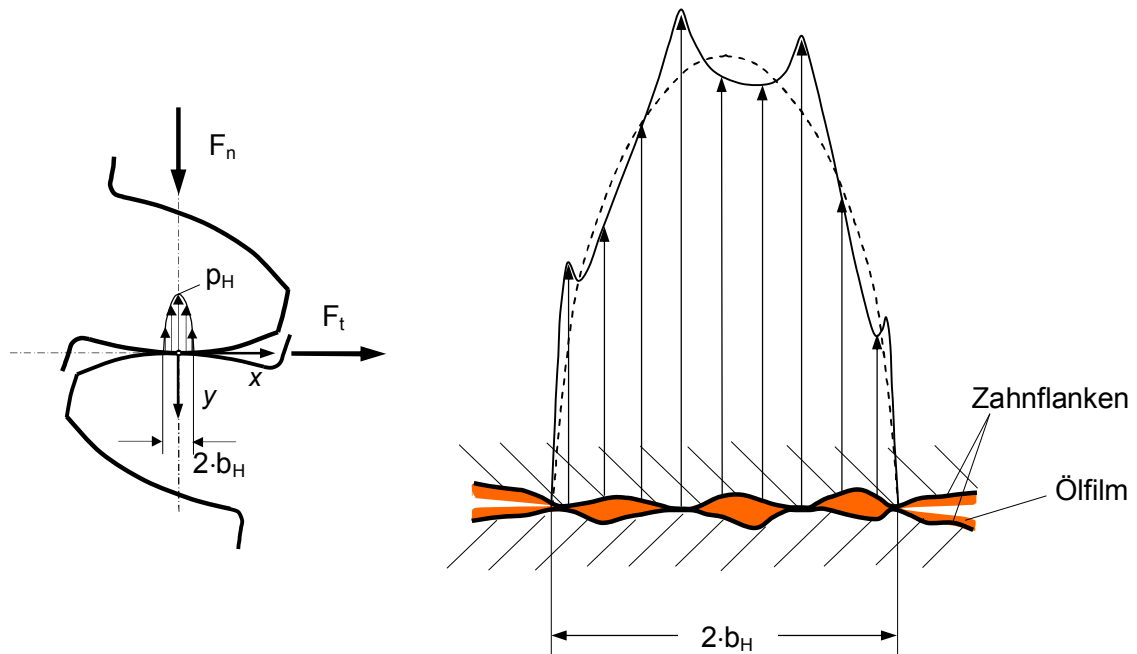


Bild 1 Schematische Darstellung des Hertzschen Pressungsverlaufes für ideal glatte Flanken (gestrichelt) und mit lokalen Pressungsüberhöhungen infolge Erhebungen durch Flankenrauheiten

Durch die Gleit-Wälzbewegung und der damit verbundenen Reibung der Zahnflanken überlagert sich der Zahnnormalkraft F_n die Tangentialkraft F_t . Den Spannungen aus Normalkräften überlagern sich Spannungen aus Reibkräften. Bild 2 zeigt - auf den Nominalwert der Hertzschen Pressung p_H bezogen - den Verlauf der Vergleichsspannung σ_V nach der Gestaltänderungsenergiehypothese unterhalb der Zahnflanke in Abhängigkeit von der Tiefe t , und zwar für verschiedene Zahnflankenreibungszahlen μ . Die Tiefe t ist auf die halbe Abplattungsbreite b_H bezogen.

Für ideal glatte Zahnflanken ist die Vergleichsspannung an der Oberfläche niedriger als die nominelle Hertzsche Pressung p_H , z.B. für die Reibungszahl $\mu = 0,05$ bei $\sigma_V \approx 0,38 \cdot p_H$. Das Beanspruchungsmaximum befindet sich also nicht an der Oberfläche, sondern in der Tiefe bei $t/b_H \approx 0,7$. Die maximale Vergleichsspannung beträgt hier $\sigma_V \approx 0,56 \cdot p_H$.

Bild 3 stellt den Vickers-Härteverlauf HV und die daraus berechnete Schwellfestigkeit σ_{Sch} dar. Die maximale Vergleichsspannung σ_V darf die Schwellfestigkeit des Werkstoffes an keiner Stelle überschreiten.

Überschreitet die Vergleichsspannung im Beanspruchungsmaximum die Schwellfestigkeit, ermüdet der Werkstoff an dieser Stelle. Es entstehen die klassischen Grübchenschäden.

Bei Zahnflanken mit rauhen Oberflächen steigt die Beanspruchung jedoch zur Oberfläche hin an. Bei großer Rauheit liegt die höchste Beanspruchung dann an bzw. direkt unter der Oberfläche. Überschreitet nun hier die Vergleichsspannung die Schwellfestigkeit, entstehen Werkstoffermüdungen im nahen Oberflächenbereich. Diese äußern sich als Mikrogrübchen bzw. Graufleckigkeit.

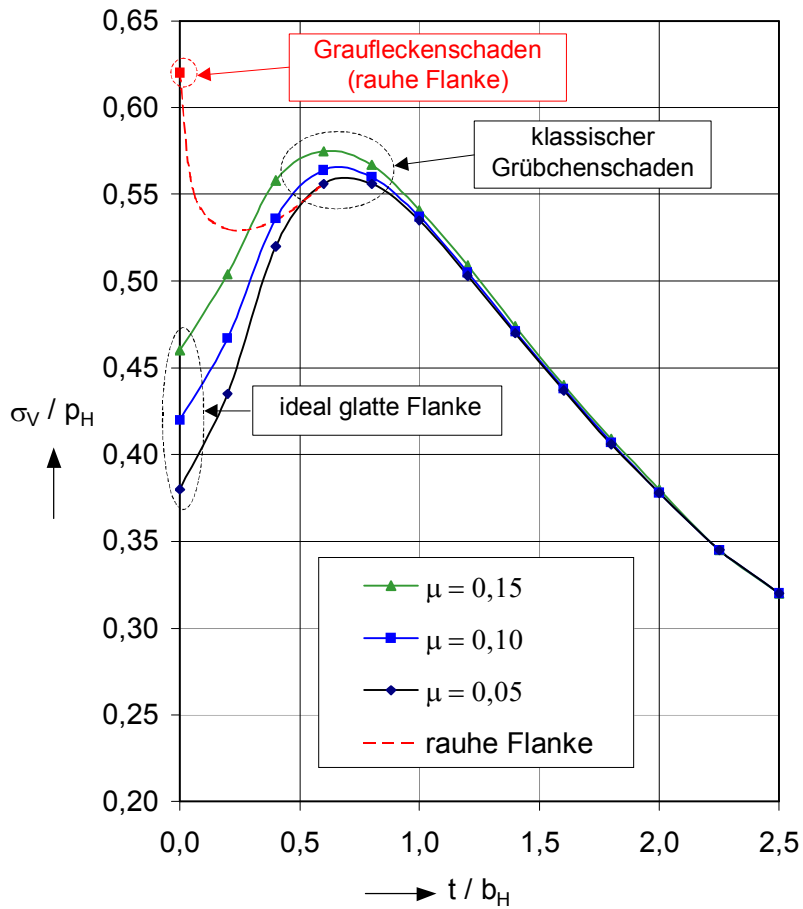


Bild 2 Verlauf der bezogenen Vergleichsspannung in der Tiefe t unterhalb der Zahnflanke (ohne Materialeigenspannungen), berechnet nach [7]. Der Spannungsanstieg zur Oberfläche ist schematisch dargestellt.

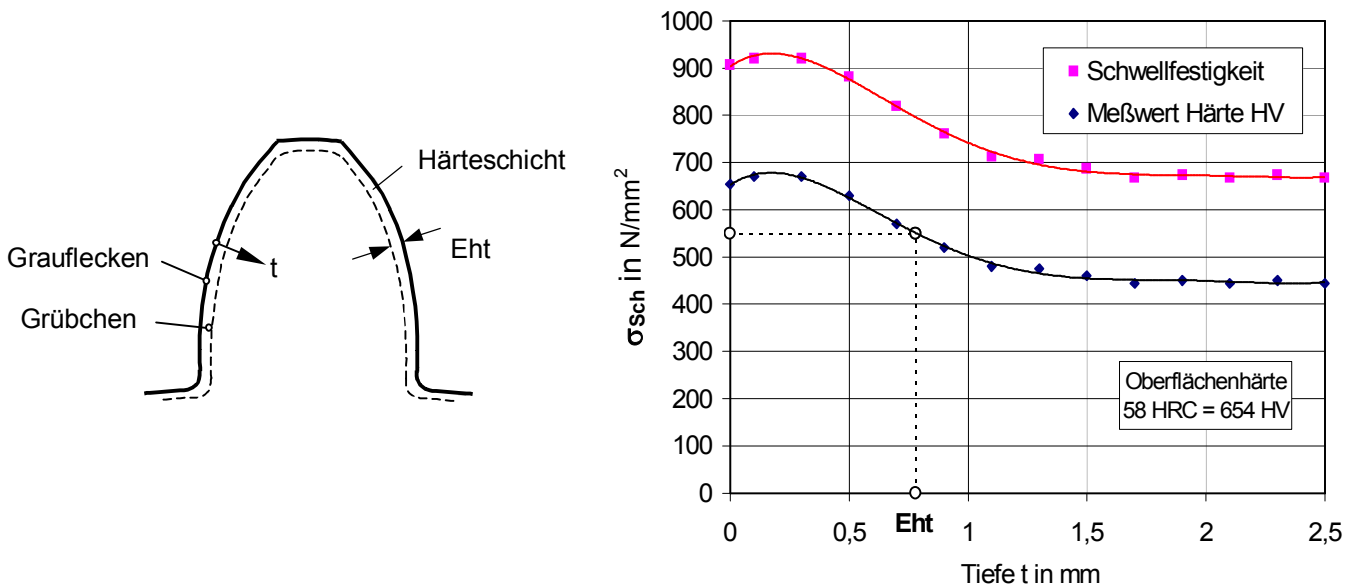


Bild 3 Vickers-Härteverlauf H_V (untere Kurve) und daraus berechneter Schwellfestigkeitsverlauf σ_{Sch} in der Randzone des einsatzgehärteten Zahnes

Besonders gefährdet hinsichtlich Graufleckigkeit sind Flankenbereiche mit relativ hohem negativem Schlupf. An der Flanke des treibenden Rades 1, vgl. Bild 4, hat der Schlupf $\zeta_1 = (v_{t1} - v_{t2})/v_{t1}$ am Eingriffsbeginn im Fußbereich einen negativen Wert. Beim Eintauchen in den Zahneingriff schabt bei unzureichender Kopfrücknahme zunächst die Kopfkante des Gegenrades 2 die Zahnflanke des Rades 1. Nach Eingriffsbeginn wandert der Berührungspunkt zum Zahnkopf hin, während die Gegenflanke zum Fuß gleitet. Unterhalb des Wälzkreises kämmt am Rad 1 ein kleiner Profilabschnitt mit einem großen Abschnitt der Gegenflanke. Nach [3] addieren sich in diesem Bereich am Rad 1 mit negativem Schlupf zu den Spannungen σ_r aus Reibkräften zusätzlich durch Reibungsenergie entstehende Wärmespannungen σ_q , während sie sich im Gegenrad 2 subtrahieren (Bild 4, rechts).

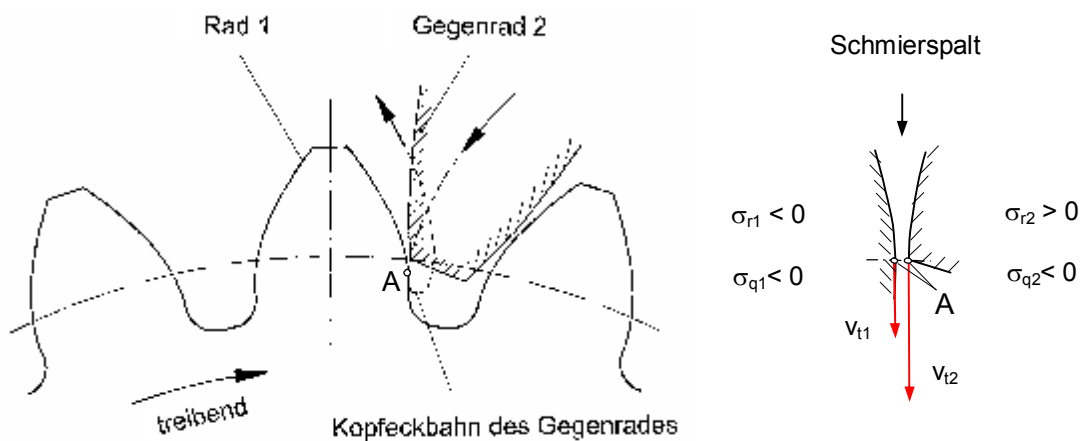


Bild 4 Bahn des Kopfeckpunktes des getriebenen Gegenrades 2 relativ zur Zahnflanke des treibenden Rades 1 sowie Tangentialgeschwindigkeiten v_t am Eingriffsbeginn im Punkt A

An der Zahnflanke des getriebenen Gegenrades 2 tritt unterhalb des Wälzkreises zum Zahnfuß hin ebenfalls negativer Schlupf auf. Auch dieser Flankenbereich neigt zur Graufleckenbildung. Erfahrungsgemäß ist jedoch das Eingriffsende weniger gefährdet.

In Bild 5 ist die einzelne Zahnflanke eines Prüfritzels aus dem FZG-Verspannprüfstand fotografisch abgebildet. Man erkennt im Fußbereich des Zahnes sehr deutlich die graue Zone, in der die Oberfläche der Zahnflanke durch Grauflecken geschädigt ist. Im Gegensatz zu Grübchenschäden, wo bei einsatzgehärteten Zahnrädern fast immer nur wenige Zähne eines Rades betroffen sind, weisen bei Graufleckigkeit in der Regel alle Zähne des Rades gleiche Schadensmerkmale auf.

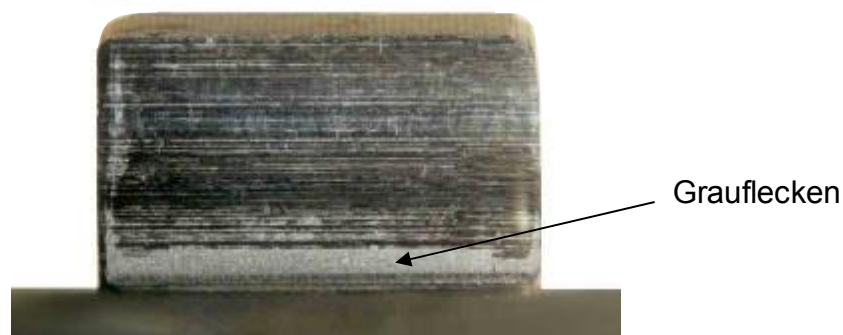
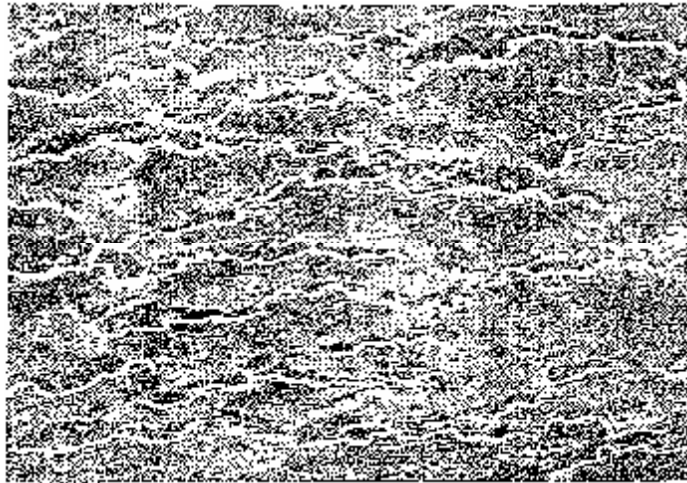


Bild 5 Graufleckenschäden an der Zahnflanke eines einsatzgehärteten und geschliffenen Prüfritzels nach 100 Stunden Laufzeit ($=1,35 \cdot 10^7$ Lastspiele bzw. Überrollungen) im Flender-Grauflecken-test [9]. Hertzische Pressung im Wälzpunkt C: $p_H = 1560 \text{ N/mm}^2$.

Bild 6 zeigt die Vergrößerung der Graufleckenzone eines Ritzels mit dem Raster-Elektronen-Mikroskop (REM-Aufnahme). Man erkennt eine zerklüftete Oberfläche mit kleinen Grübchen, weshalb der Schaden auch als Mikrogrübchen bzw. Micropittings bezeichnet wird.



↑
Richtung der
Reibkraft F_t

Bild 6 REM-Aufnahme nach /3/ mit 500-facher Vergrößerung des Graufleckenschadens im fußnahen Flankenbereich eines Rades (getrieben) mit Modul = 11 mm, Zähnezahl = 18

2.2 Einflussparameter

Grauflecken sind lokale Ermüdungsschäden nahe der Oberfläche an Stellen hoher Beanspruchung, siehe Bilder 1 und 2. Fortgeschrittene Schäden stellen sich als messbarer Verschleiß dar. Sie erscheinen je nach Höhe der Belastung früher oder später, jedoch nicht vor ca. 10^5 Überrollungen. Es zeigt sich eine am Zahnfuß beginnende Auskolkung, deren Tiefe mit zunehmender Last und Lastspielzahl N_L zunimmt und deren Länge sich in Zahnhöhe bis in die Nähe des Wälzpunktes C erstreckt, siehe Bild 7. Wenn der Fortschritt der Auskolkung nicht zum Stillstand kommt, bilden sich im weiteren Verlauf größere Flankenausbrüche.

Von Einfluss auf die Graufleckenbildung sind außer Lastspielzahl und Höhe der Last die Betriebsbedingungen, ferner die Ölbeschaffenheit sowie die Beschaffenheit der Zahnflanke. Bild 8 gibt einen Überblick der einzelnen Einflussparameter auf die Graufleckenbildung.

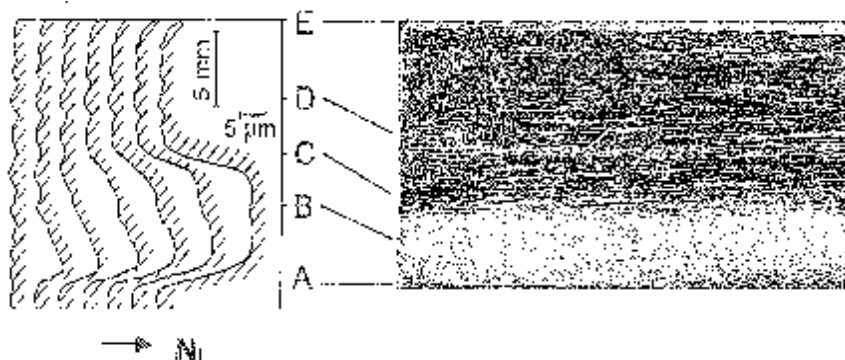


Bild 7 Profilmessschriebe (links) zeigen den Schaden mit zunehmender Überrollungszahl N_L (nach /3/)

Flankenschäden an einsatzgehärteten Zahnradern sind häufig die Folge von Graufleckigkeit, wobei insbesondere den Einflussparametern Ölbeschaffenheit, Flankenrauheit und Verzahnungsgeometrie eine große Bedeutung zukommt. Bezüglich Grübchentragfähigkeit sind oftmals noch Reserven vorhanden, so dass mit guten Ölen, glatten Zahnflanken und optimalen Zahnmodifikationen die Tragfähigkeit der Zahnflanken beträchtlich erhöht werden kann.

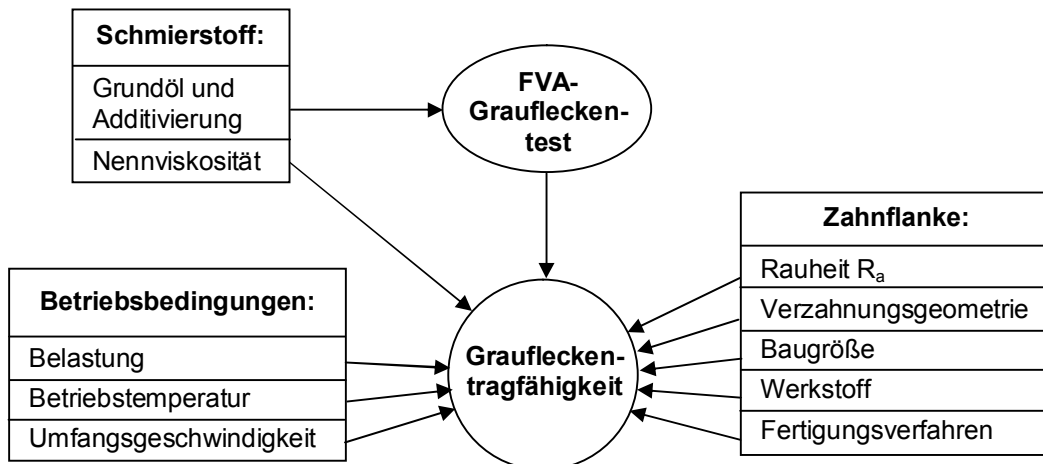


Bild 8 Einflussparameter auf die Graufleckenbildung bzw. Tragfähigkeit der Öle (nach /3/)

3. Prüfverfahren zur Graufleckentragfähigkeit der Getriebeöle

Um die Graufleckentragfähigkeit von Getriebeölen quantitativ zu bewerten, wurden verschiedene Prüfverfahren auf dem FZG-Standardprüfstand gemäß Bild 9 eingeführt. Die Tests sind in /6,8,9/ beschrieben. Speziell für Grauflecken-tests an großen Zahnradern wurde an der Ruhr-Universität Bochum ein Großgetriebeprüfstand in 5-facher Vergrößerung gegenüber dem FZG-Standardprüfstand gebaut /4/. Die Umfangsgeschwindigkeiten an den Wälzkreisen sind beim kleinen und großen Prüfstand gleich.

Der von der FZG entwickelte FVA-Grauflecken-test /7/ ist heute der grundlegende Prüftest für Getriebschmierstoffe. Er besteht aus zwei Schritten: dem Stufentest zur quantitativen Einordnung des Schmierstoffes in eine Grauflecken-Schadenskraftstufe und dem anschließenden Dauertest zur Bewertung des tribologischen Langzeitverhaltens von Zahnradwerkstoff und Getriebschmierstoff.

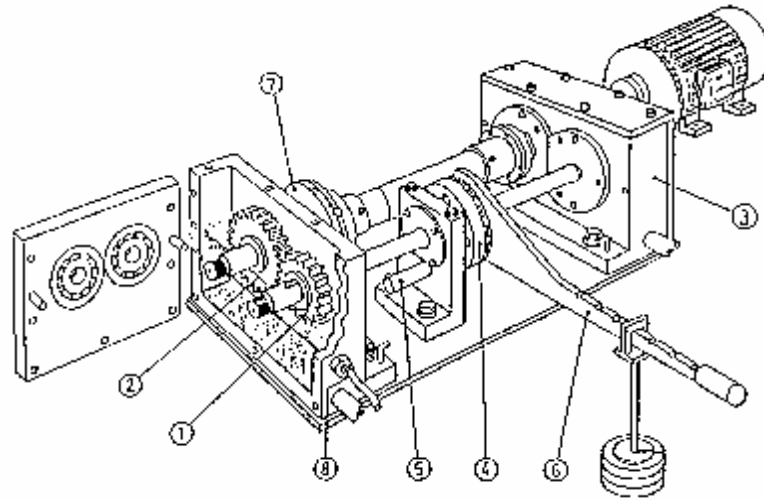
Hertzsche Pressungen sowie Dauer der einzelnen Kraftstufen des FVA-Grauflecken-tests sind in Bild 10 dargestellt (Werte für den Großgetriebe-Prüfstand nachfolgend in Klammern). Nach kurzem Einlauf folgt zunächst die Stufenphase mit den Kraftstufen 5 bis 10 mit jeweils 16 (80) Stunden Prüfdauer und steigender Hertzscher Pressung. Danach schließt sich ein Dauertest an, zunächst 80 Stunden in Kraftstufe 8, danach $5 \times 80 = 400$ Stunden in Kraftstufe 10. Insgesamt dauert ein Testlauf ca. 580 Stunden, was einer Überrollungszahl am Ritzel von $N_L = 7,8 \cdot 10^7$ entspricht.

Nach jeder Kraftstufe wird das Ritzel ausgebaut und an drei Zähnen die maximale Profilformabweichung f_{fm} durch Auskolkung sowie der Graufleckenanteil GF der Zahnflanke gemessen. Ferner bestimmt man die Gewichtsabnahme W des Ritzels infolge Verschleißes. Die Werte werden in Diagrammen aufgetragen, siehe Bild 11. Bei Überschreitung des Grenzwertes im Stufentest erfolgt für das Prüföl die Zuweisung der betreffenden Laststufe als Grauflecken-Schadenskraftstufe SKS. Werden alle sechs Kraftstufen ohne Überschreitung des Grenzwertes durchfahren, ordnet man dem Prüföl die Grauflecken-Schadenskraftstufe $SKS > 10$ zu. Verkürzte Testverfahren werden in /6,9/ beschrieben.

Die Zahnflankenrauheit der Prüfräder soll zwischen $R_a = 0,4 \dots 0,6 \mu\text{m}$ liegen. Zum Schluss muss stets eine Umwertung auf die Zahnflankenrauheit $R_a = 0,5 \mu\text{m}$ vorgenommen werden. Der Stufentest wird in der Regel an Vor- und Rückflanken der Prüfräder durchgeführt und das Ergebnis beider Messungen zur Bewertung herangezogen.

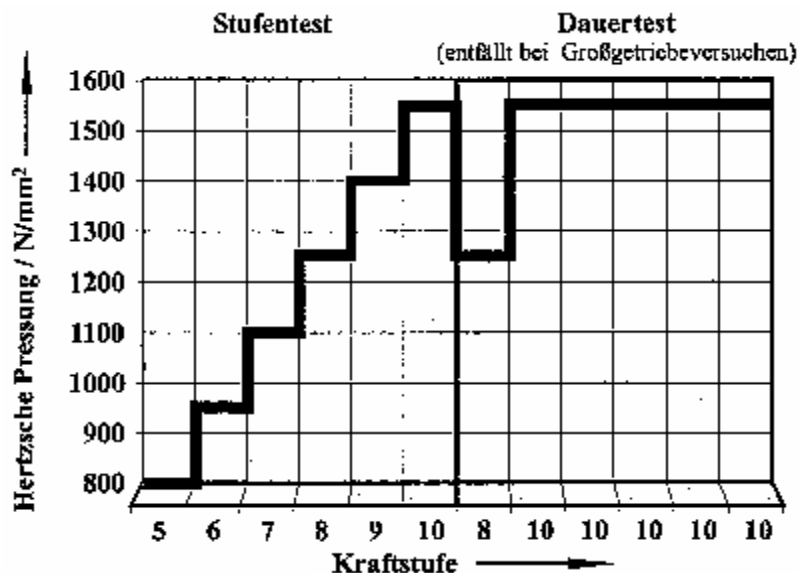
Das Messergebnis der Profilformabweichung f_{fm} bestimmt die Grauflecken-Schadenskraftstufe SKS des Prüföles. Verschleiß W und Graufleckenfläche GF dienen entweder als zusätzliche Kontrolle oder als Ersatz bei fehlender Messung der Profilformabweichung. Es kommt nicht immer zu übereinstimmenden

Ergebnissen bei den drei Prüfkriterien. Die Wiederholbarkeit der Testergebnisse ist jedoch zufriedenstellend, so dass der FVA-Graufleckentest heute als zuverlässiger Test zur Bewertung der Getriebeschmierstoffe anzusehen ist.



- | | |
|------------------------|---------------------------------|
| 1 Prüfritzel | 5 Arretierbolzen |
| 2 Prüfrad | 6 Belastungshebel mit Gewichten |
| 3 Übertragungsgetriebe | 7 Torsionsmesskupplung |
| 4 Belastungskupplung | 8 Temperaturfühler |

Bild 9 FZG- Standard-Verspannprüfmaschine nach DIN 51354. Achsabstand $a = 91,5$ mm, Zähnezahverhältnis $z_1/z_2 = 16/24$, Ritzeldrehzahl $n_1 = 2250$ min⁻¹, Raddrehzahl $n_2 = 1500$ min⁻¹.



Stufentest: 6×16 (80) Stunden, Lastspiele pro Stufe $N_L = 2,16 \cdot 10^6$
 Dauertest: 6×80 Stunden, Lastspiele pro Stufe $N_L = 1,08 \cdot 10^7$

Bild 10 Laststufen und Lastspiele im FVA-Graufleckentest am FZG-Standardprüfstand (Werte für den Großprüfstand in Klammern). ¹⁾

¹⁾ Die Bilder 10 und 11 sind einem Testbericht des Lehrstuhls für Maschinenelemente, Getriebetechnik und Kraftfahrzeuge der Ruhr-Universität Bochum entnommen.

Man ordnet die Getriebeöle in folgende drei Gruppen ein: $SKS \leq 7$ niedrige Graufleckentragfähigkeit, $SKS = 8 \dots 9$ mittlere Graufleckentragfähigkeit und $SKS \geq 10$ hohe Graufleckentragfähigkeit.

Der Graufleckentest findet für Industriegetriebeöle meist bei 90°C statt. Die Erfahrungen zeigen, dass in der Regel damit auch niedrigere Betriebstemperaturen bis 60°C abgesichert sind. Um bei Windkraftgetriebeölen wegen häufiger Betriebstemperaturen um die 60 bis 70°C die Wirksamkeit der Additive sicher zu stellen, empfiehlt es sich, speziell für Getriebeöle in Windkraftanlagen den Graufleckentest in Nähe der Betriebstemperatur durchzuführen.

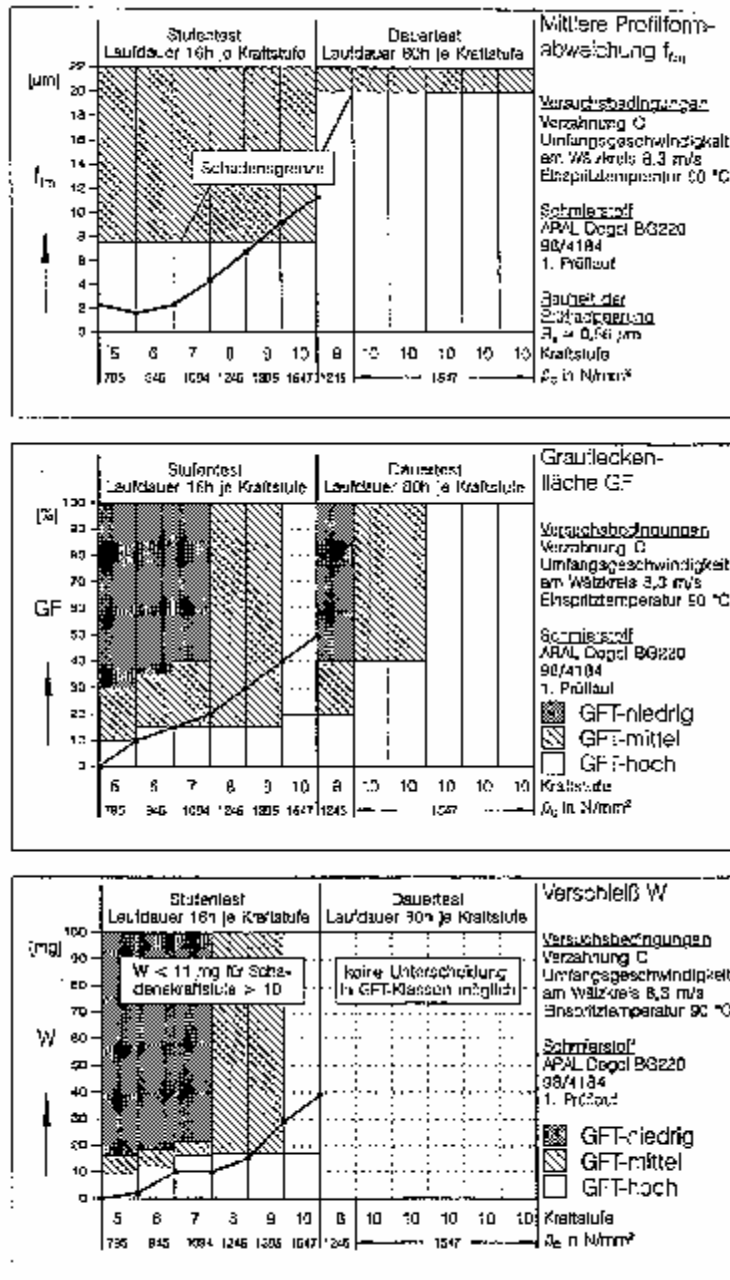


Bild oben: Profilformabweichung f_{fm}
 Bild mitte: Anteil der Graufleckenfläche GF
 Bild unten: Verschleiß W

Bild 11 Darstellung der Prüfkriterien in Abhängigkeit der Schadenskraftstufen (siehe Fußnote Seite 9)

4. Theoretische Grundlagen zur Berechnung der Graufleckentragfähigkeit von Zahnrädern

Im Gegensatz zur Hertzschen Pressung und dem Beanspruchungsverlauf glatt gekrümmter Zahnflanken lassen sich Spannungsspitzen in der Tiefe direkt unterhalb der rauhen Oberfläche nicht treffsicher mit Hilfe der Spannungstheorie berechnen. Es gibt zwar mathematische Modelle zur Beschreibung der Geometrie von rauhen Oberflächen und den daraus berechneten Spannungsverläufen, jedoch hängt die reale mikrogeometrische Form der Oberfläche und somit der Verlauf der Spannung von vielen nur schwer erfassbaren Einflussfaktoren ab.

Hinzu kommt, dass sich während der Einlaufphase der Zahnflanken die mikrogeometrische Gestalt der Oberfläche verändert und durch Einglättung von Rauheitserhebungen sich Pressungsspitzen abbauen. Ferner bildet sich an der Oberfläche der Zahnflanken durch chemische Einwirkung der Öladditive unter Begünstigung von Reibungsenergie eine Reaktionsschicht, die die Widerstandsfähigkeit des Werkstoffes gegen Verschleiß und Ermüdung erhöht.

Die Berechnung der Graufleckentragfähigkeit beruht daher auf einer anderen Betrachtungsweise als der Spannungstheorie.

4.1 Spezifische Schmierfilmdicke

Eine wichtige Kenngröße zur Berechnung der Graufleckentragfähigkeit ist die spezifische Schmierfilmdicke

$$\lambda = \frac{h_{\min}}{R_a} \quad (2)$$

Der Rauwert R_a wird als arithmetischer Mittelwert aus den Mittenrauwerten R_{a1} und R_{a2} von Ritzel und Rad bestimmt.

$$R_a = \frac{1}{2} \cdot (R_{a1} + R_{a2}) \quad (3)$$

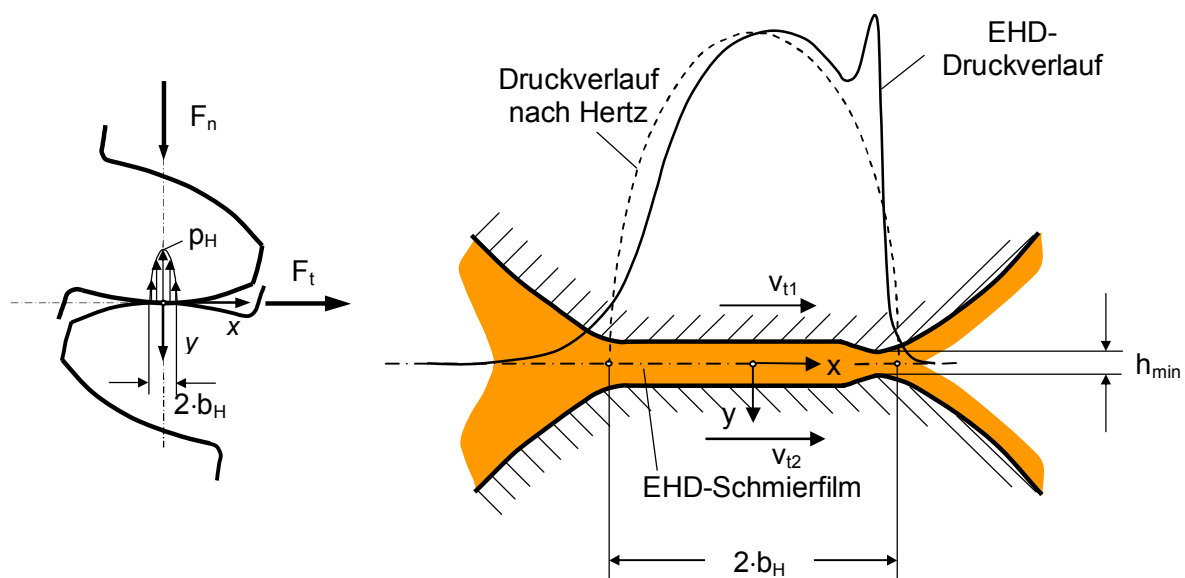


Bild 12 Verlauf von Schmierfilmdruck und Spaltgeometrie nach der EHD-Theorie /10/

Die Bestimmung der minimalen Schmierstathöhe h_{\min} (im Folgenden minimale Schmierfilmdicke) beruht auf der Theorie der Elasto-Hydro-Dynamik (EHD-Theorie). Nach dieser Theorie verändert sich die Spaltgeometrie abhängig vom Schmierfilmdruck und gemäß Bild 12 verengt sich der Schmierstath am Ende und weicht damit von der idealen Hertzchen Abplattung ab. An der engsten Stelle des Schmierstathes bei h_{\min} weist der Schmierfilm eine Druckspitze auf. Ferner wird in der EHD-Theorie die Zunahme der Ölviskosität mit Zunahme des Schmierfilmdruckes berücksichtigt.

Für die Berechnung der minimalen Schmierfilmdicke im Zahnkontakt wird die makrogeometrische Gestalt und Kinematik der Zahnflanken im Berührungspunkt zugrunde gelegt. Außerhalb des Wälzpunktes C herrscht Wälzen und Gleiten vor. Für Mineralöle gilt nach /11/:

$$h_{\min} = 0,0047 \cdot \rho^{0,3} \cdot (v_M \cdot v_\Sigma)^{0,7} \cdot \left(\frac{p_H}{856} \right)^{-0,26} \quad (4)$$

In Gl. (4) bedeuten: h_{\min} = minimale Schmierfilmdicke in μm , p_H = Hertzsche Pressung im Berührungspunkt in N/mm^2 , ρ = resultierender Krümmungsradius im Berührungspunkt in mm , v_Σ = Summengeschwindigkeit im Berührungspunkt in m/s , v_M = kinematische Viskosität des Schmierstoffes in mm^2/s bei Massentemperatur.

Die Schmierfilmdicke ist abhängig von den Betriebsverhältnissen. Häufig wird der Wälzpunkt C für die Berechnung von h_{\min} zugrunde gelegt. Bezüglich spezifischer Schmierfilmdicken unterscheidet man

- $\lambda \ll 1$ Grenzreibung (Zahnräder unter Langsamlaufverschleiß für Umfangsgeschwindigkeiten $v < 0,1 \text{ m}/\text{s}$)
- $\lambda \leq 1$ Mischreibung (Zahnräder und Wälzlager in Industriegetrieben unter normalen Betriebsbedingungen)
- $\lambda > 1$ Flüssigreibung (Zahnräder in schnelllaufenden Getriebestufen unter Teillast, Zahnräder in Turbogetrieben unter hohen Drehzahlen, Gleitlager)

4.2 Berechnungsverfahren nach FVA-54

Das erste an der FZG entwickelte Berechnungsverfahren /2,3,12,13/ beruht auf Versuchen im FZG-Standardprüfstand mit Achsabstand $91,5 \text{ mm}$ an Zahnrädern mit Modul $4,5 \text{ mm}$ sowie Auswertung von Literatur mit zahlreichen Praxisfällen. Danach wurde festgestellt, dass die Voraussetzung zur Entstehung von Graufleckigkeit im Wesentlichen von drei Größen abhängt. Wie Bild 13 zeigt, sind dieses die Zahnflankenhärte HRC sowie die mit der spezifischen Schmierfilmdicke $\lambda = h_C/R_a$ für den Wälzpunkt C berechnete Schmierfilmdicke h_C und der arithmetische Mittenrauwert R_a der Zahnflanken.

Graufleckigkeit tritt unabhängig von der Beschaffenheit des Schmieröles nicht auf, wenn die spezifische Schmierfilmdicke λ nach Gl. (2) größer als der Grenzwert λ_{krit} nach Bild 13 ist. Die Grenzschnierfilmdicke einsatzgehärteter Zahnräder mit Randhärten von z.B. 60 HRC liegt bei $\lambda_{\text{krit}} = 1,0$. Liegt die spezifische Schmierfilmdicke unterhalb des Grenzwertes, besteht Graufleckengefahr. Ob dann tatsächlich Graufleckigkeit auftritt, hängt von der Graufleckentragfähigkeit (Additivierung) des Schmieröles ab. Dieses kann mit dem Kennwert E^* beurteilt werden. E^* wird als gewichtete, schmierstathvolumenbezogene Energie bezeichnet und berechnet sich aus

$$E^* = c \cdot \rho_{\text{mo}} \cdot g_{\text{mo}} + \frac{\mu_{\text{mo}} \cdot F_{\text{Ndyn}}}{b \cdot h_C} \cdot C \cdot X_{\text{Ra}} \quad (5)$$

Es bedeuten: c = spezifische Wärmekapazität in $\text{kJ}/(\text{kgK})$, ρ_{mo} = mittlere örtliche Dichte in mg/mm^3 , ϑ_{mo} = mittlere örtliche Temperatur in $^{\circ}\text{C}$, μ_{mo} = mittlere örtliche Reibungszahl, F_{Ndyn} = Zahnnormalkraft unter Berücksichtigung der Kraftfaktoren, b = Zahnbreite in mm , h_{C} = minimale EHD-Schmierfilmdicke in μm , C = Gewichtungsfaktor, X_{Ra} = Rauheitsfaktor nach /13/.

Es tritt somit auch bei Unterschreitung der kritischen spezifischen Schmierfilmdicke $\lambda < \lambda_{\text{krit}}$ keine Graufleckigkeit auf, wenn die im Schmierpalt erzeugte Energie E^* nach Gl. (5) unterhalb von E_{T}^* nach Bild 14 liegt, also $E^* < E_{\text{T}}^*$ ist. In Bild 14 ist in Abhängigkeit von der Viskosität ISO-VG und der Schadenskraftstufe SKS des Schmieröles die im FVA-Graufleckentest (GF-Test) bestimmte gewichtete schmierpaltvolumenbezogene Energie dargestellt.

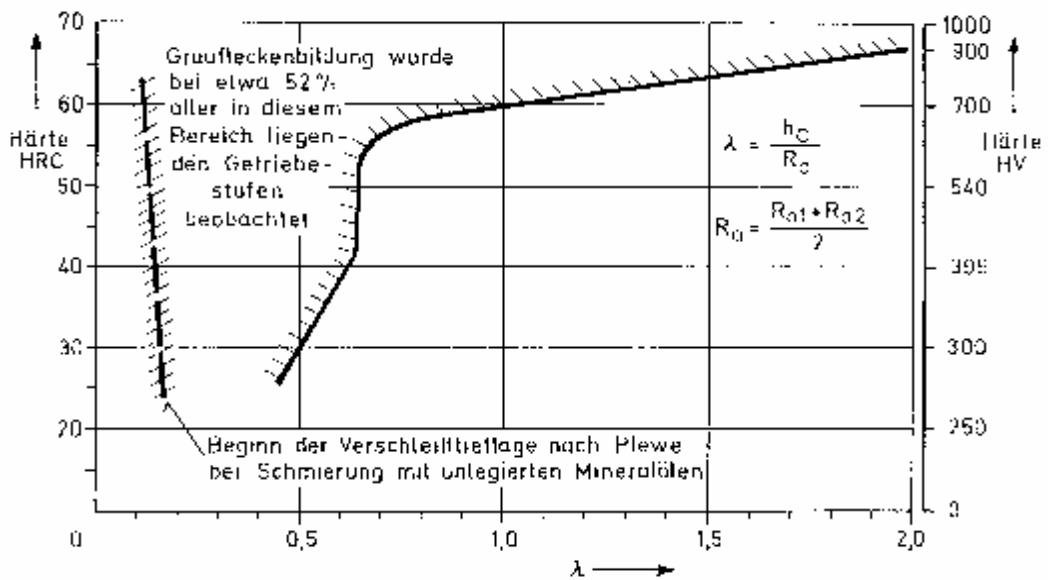


Bild 13 Kritischer Betriebsbereich zur Entstehung von Graufleckenschäden /12/, abhängig von der Flankenhärte in HRC und der spezifischen Schmierfilmdicke λ nach Gl. (2)

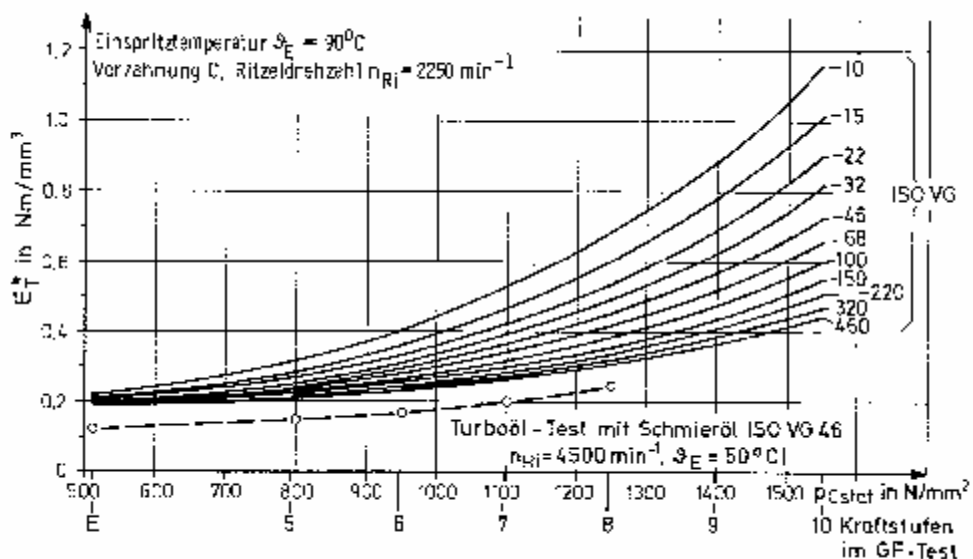


Bild 14 Gewichtete, schmierpaltvolumenbezogene Energie E_{T}^* nach /12/ im FVA-Graufleckentest /8/ für Öle unterschiedlicher Viskosität und Schadenskraftstufen

Bei $E^* > E_T^*$ ist mit Graufleckigkeit zu rechnen. Kann auch mit einem Schmieröl höherer Viskosität oder/und höherer Schadenskraftstufe die Graufleckigkeit nicht unterbunden werden, wird in einem weiteren Rechenschritt die Abschätzung der Getriebelebensdauer durch einen vorgegebenen Grenzwert für die Auskolkung vorgenommen.

Das Rechenverfahren nach FVA-54 hat den Nachteil, dass als Kriterium für die Graufleckenbildung nur die Verhältnisse im Wälzpunkt C betrachtet werden, nicht jedoch die gefährdeten Bereiche mit hohem negativem Schlupf am Beginn und Ende des Eingriffgebietes. Auch bleiben Zahnmodifikationen, die die Pressungen am Eingriffsbeginn und Ende reduzieren, unberücksichtigt. Das Verfahren ist daher praktisch begrenzt auf Module bis etwa 6 mm und nicht für modifizierte Verzahnungen anwendbar, andernfalls liefert es von den Praxiserfahrungen stark abweichende Rechenergebnisse.

4.3 Verfahren nach FVA-259

Die spezifische Schmierfilmdicke $\lambda_{GF} = h_{min}/R_a$ analog zu Gl. (2) bleibt weiterhin als entscheidender Parameter bestehen. Mit der erweiterten EHD-Theorie wird der Kleinstschierspalt h_{min} nicht nur im Wälzpunkt C, sondern innerhalb des Eingriffsfeldes in besonders gefährdeten Punkten mit hohem negativem Schlupf und hohen Pressungen berechnet. Für mehrere Eingriffsstellungen der Zähne werden die örtlichen Pressungen, Geschwindigkeiten, Krümmungsradien und Blitztemperaturen analysiert und der Berechnung der minimalen Schmierfilmdicke zugrunde gelegt.

$$h_{min} = 1,6 \cdot R \cdot G_0^{0,6} \cdot U^{0,7} \cdot W^{-0,13} \cdot S^{0,22} \quad (6)$$

Es bedeuten: R = örtlicher Ersatzkrümmungsradius in mm, G_0 = Elastizitätsparameter nach Dowson, U = Geschwindigkeitsparameter nach Dowson, W = Lastparameter nach Dowson (alle dimensionslos), S = zusätzlich eingeführter dimensionsloser Gleitfaktor zur Berücksichtigung der Blitztemperatur [3].

Bild 15 zeigt beispielhaft das Eingriffsfeld einer Stirnradschrägverzahnung. Für mehrere Eingriffsstellungen sind die Verläufe der Hertzchen Pressung entlang der schräg über die Zahnflanke verlaufenden Berührlinien aufgetragen. Die Pressungsverteilung wird z.B. mit dem FVA-Programm RIKOR berechnet. Auf diese Weise erfasst das Rechenverfahren alle Einflüsse auf die Pressungsverteilung wie Zahnmodifikationen, lastabhängige Ritzeltorsion, Wellendurchbiegung, Lager- und Gehäuseverformungen sowie mögliche Fertigungsabweichungen. Die Graufleckenberechnung ist somit auf alle Zahnmodule und Getriebegrößen anwendbar.

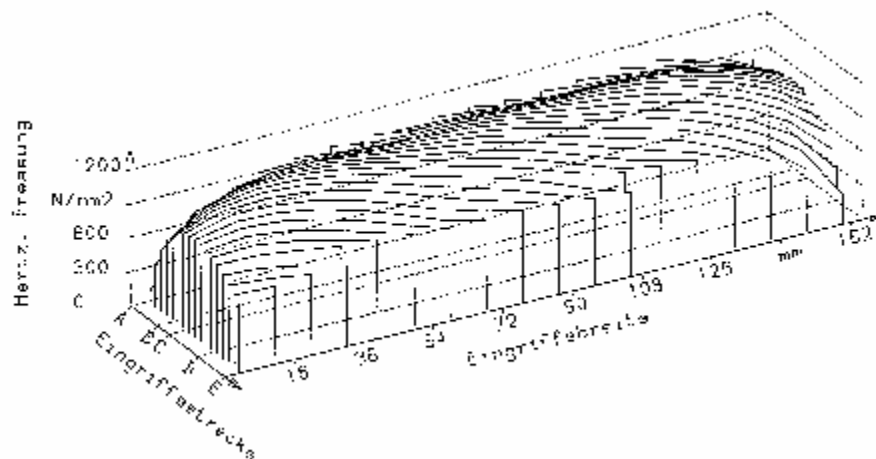


Bild 15 Pressungsverlauf im Eingriffsfeld eines Zahnpaars, berechnet mit dem FVA-Programm RIKOR

Bild 15 demonstriert zugleich die Reduzierung der Flächenpressung durch Zahnhöhen- und Zahnbreitenmodifikationen am Beginn und Ende sowie an den Seiten des Eingriffsfeldes. Am Eingriffsbeginn und -ende liegt jeweils am treibenden und getriebenen Rad im Zahnfußbereich hoher negativer Schlupf vor. Die Zahnmodifikationen vermindern somit die Gefahr der Graufleckenbildung.

Die erforderliche spezifische Mindestschmierfilmdicke λ_{GFP} , oberhalb der keine Graufleckigkeit zu erwarten ist, zeigt Bild 16 für Mineralöle. Auf der Abszisse ist die im FVA-Graufleckentest /8/ ermittelte Schadenskraftstufe SKS und als Parameter die ISO-VG Viskosität aufgetragen. Graufleckigkeit tritt nicht auf, wenn $\lambda_{GF} > \lambda_{GFP}$ ist.

Falls die Bedingung $\lambda_{GF} > \lambda_{GFP}$ nicht erfüllt ist, ist mit Graufleckigkeit zu rechnen. Das Rechenverfahren in /3/ bietet dann die Möglichkeit, die fortschreitende Auskolkung der Graufleckenzonen zu berechnen und mit einem vorgegeben Grenzwert für die Auskolkung die Lebensdauer des Getriebes abzuschätzen.

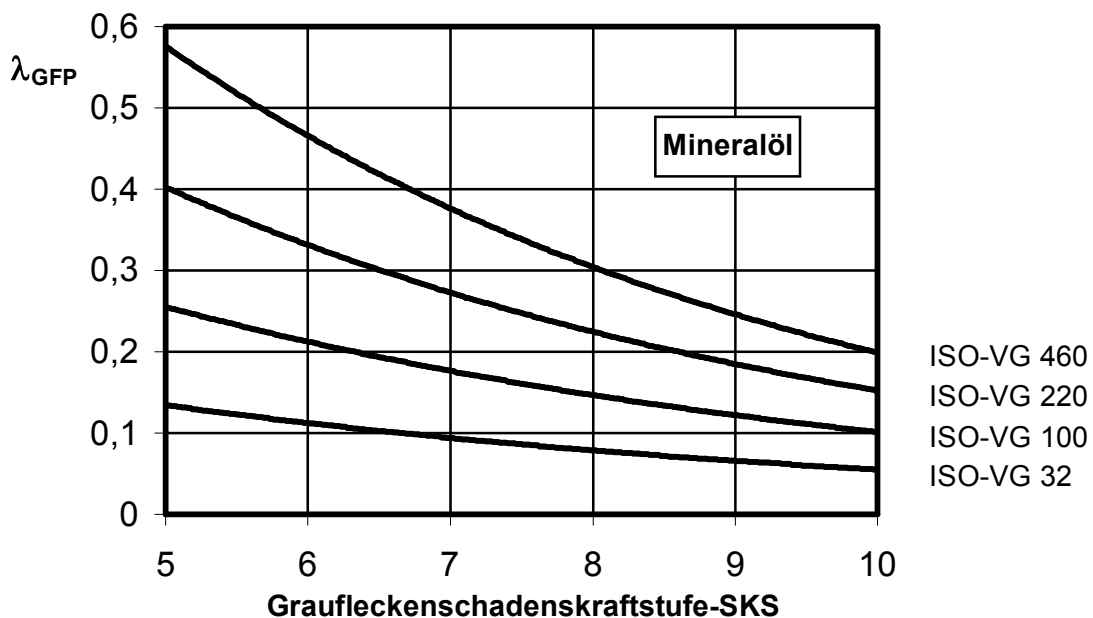


Bild 16 Mindestens erforderliche relative Schmierfilmdicke λ_{GFP} als Funktion von Schmierölviskosität ISO-VG und Grauflecken-Schadenskraftstufe SKS

5. Praktische Berechnungen und Erfahrungen

In Bild 17 ist ein dreistufiges Planeten-Stirnradgetriebe dargestellt, das in vergleichbarer Ausführung auch in Windkraftanlagen zum Einsatz kommt. Es besteht aus einer Planeten- und zwei Stirnradstufen und wird mittels Schrumpfscheibenverbindung auf die Rotorwelle der Windkraftanlage aufgesteckt. Seitliche Stützen leiten das Drehmoment querkräftfrei an das Stahlfundament ab. Das geschliffene Hohlräder der Planetenstufe besteht aus Vergütungsstahl. Alle übrigen Zahnräder sind einsatzgehärtet und ebenfalls geschliffen.

Zur Beurteilung von Getrieben hinsichtlich Grauflecken-tragfähigkeit der Zahnräder wurde in dem Berechnungsverfahren FVA-259 /3/ die Sicherheit S_λ gegen Graufleckenbildung definiert. Sie wird in den folgenden Bildern 18 bis 24 für die Parameterstudien einzelner Zahnradstufen des Getriebes betrachtet.

$$S_\lambda = \frac{\lambda_{GF}}{\lambda_{GFP}} \quad (7)$$

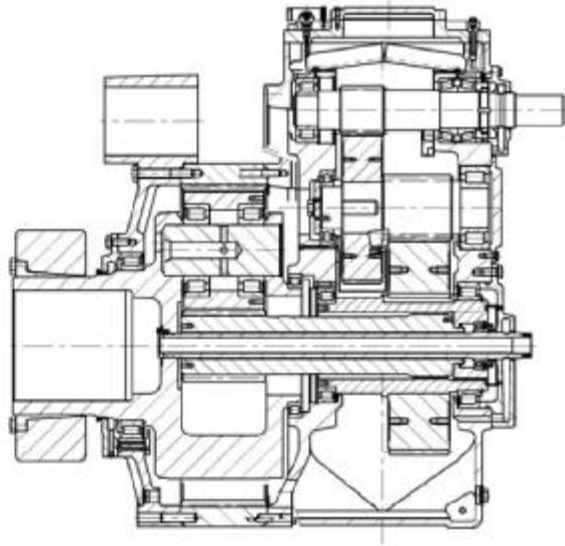


Bild 17 Dreistufiges Planeten-Stirnradgetriebe als Aufsteckgetriebe

Diese Sicherheit kann als ein Verhältnis von vorhandener minimaler Schmierfilmdicke h_{\min} zur minimalen Schmierfilmdicke an der Grenze zur Graufleckenbildung für ein bestimmtes Drehmoment angesehen werden.

Wie Gl. (6) zeigt, geht der Lastparameter W in die minimale Schmierfilmdicke mit dem Exponent $-0,13$ zwar verhältnismäßig schwach ein, andererseits beeinflusst aber die Last die Kontakttemperatur (Mas-
sentemperatur + Blitztemperatur) bzw. den Gleitfaktor S und damit ebenfalls die Schmierfilmdicke. Von Interesse ist daher auch eine auf die Last bezogene Sicherheit S_T , die zusätzlich im Diagramm in Bild 24 betrachtet wird.

In den Bildern 18 bis 24 sind für die Zahneingriffe folgende Kurzbezeichnungen eingeführt: schnelllaufende Stirnradstufe = HSS, mittlere Stirnradstufe = IMS sowie Eingriff Sonne/Planet = SoPl. Ferner bedeuten: MIN = Mineralöl, PAO = Poly- α -Olefin (Synthetiköl), SKS = Grauflecken-Schadenskraftstufe, ISO-VG= Viskosität in cSt bei 40°C.

Grunddaten: Vollast = 100%, Generatordrehzahl = 1500 min⁻¹ sowie Öleinspritztemperatur = 65 °C. Abweichungen hiervon sowie Daten weiterer Parameter sind in den Bildern angegeben.

Der Zahneingriff Hohlrads/Planet bleibt außer Betracht, da das Rechenverfahren hierfür noch nicht in Prüfstandsversuchen erprobt wurde. Außerdem ist der Eingriff Hohlrads/Planet im Gegensatz zu den Zahneingriffen außenverzahnter Stirnräder aus folgenden Gründen hinsichtlich Graufleckigkeit ungefährdet: Wegen der Schmiegun-
g der konkaven Hohlrads-Zahnflanke mit der konvexen Planetenrad-Zahnflanke sind sowohl die Hertzschen Pressungen niedriger als auch die Voraussetzungen zur Schmierfilmbildung günstiger. Ferner glätten sich die weiche-
ren Zahnflanken des vergüteten Hohlrades im Eingriff mit den härteren Planetenrädern. Graufleckigkeit an vergüteten Hohlrädern kann man praktisch immer ausschließen, vgl. Bild 13.

Die Bilder 18 und 19 zeigen, dass die Sicherheit S_λ gegen Graufleckenbildung mit kleiner werdender Zahnflankenrauheit R_a zunimmt. Zahnmodifikationen erhöhen die Sicherheit, Bild 18. Mit höherer Viskositätsstufe ISO-VG und Schadenskraftstufe SKS des Öles steigt die Sicherheit an, Bilder 19,21.

Bild 20 entnimmt man, dass in den Stirnradstufen HSS und IMS die Sicherheit S_λ verhältnismäßig hoch liegt und die Zahneingriffe in keiner Weise hinsichtlich Graufleckigkeit gefährdet sind. Es wird deshalb in der nachfolgenden Parameterstudie (Bilder 21 bis 24) nur noch der Zahneingriff Sonne/ Planet be-

trachtet. Hierfür wird die Flankenrauheit $R_a = 0,5 \mu\text{m}$ als konstanter Parameter vorgegeben. Dieser Wert entspricht der Einglättung der Zahnflanken nach der Einlaufphase.

Mit Zunahme der Umfangsgeschwindigkeit v und mit Abnahme der Öleinspritztemperatur ϑ_E nimmt die Sicherheit gegen Graufleckigkeit zu, Bilder 22, 23. Mit wachsendem Drehmoment sinkt die Sicherheit gegen Graufleckigkeit, Bild 24. Wie Bild 24 ferner zeigt, liegt die lastabhängige Sicherheit S_T oberhalb der von der Schmierfilmdicke abhängigen Sicherheit S_λ .

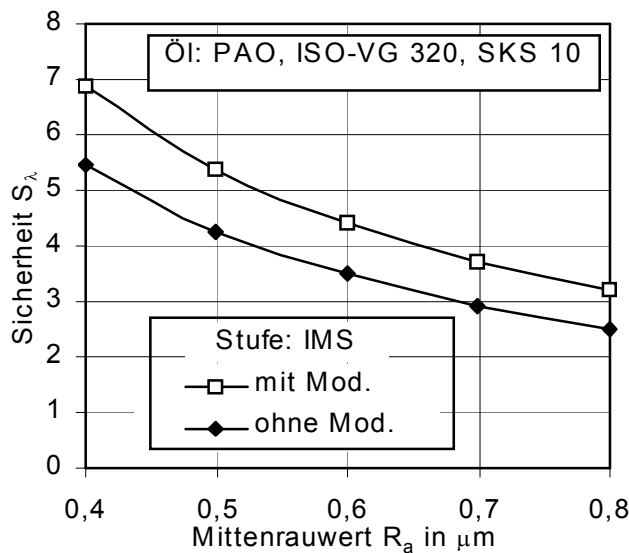


Bild 18 Einfluss der Flankenrauheit und der Zahnmodifikation

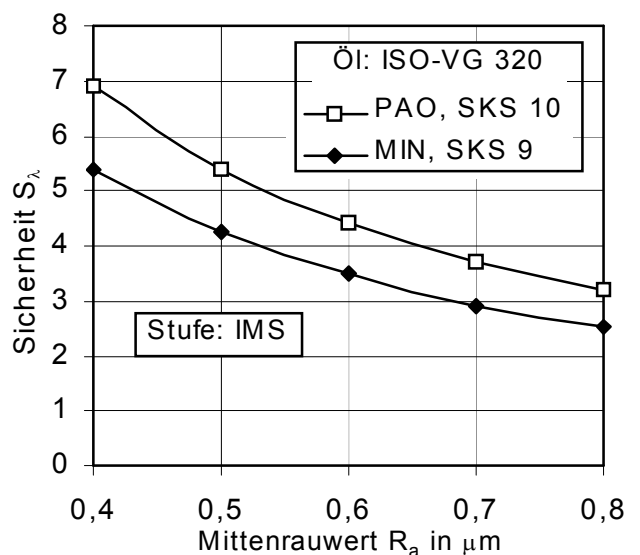


Bild 19 Einfluss der Flankenrauheit und der Ölsorte, mit Zahnmodifikation

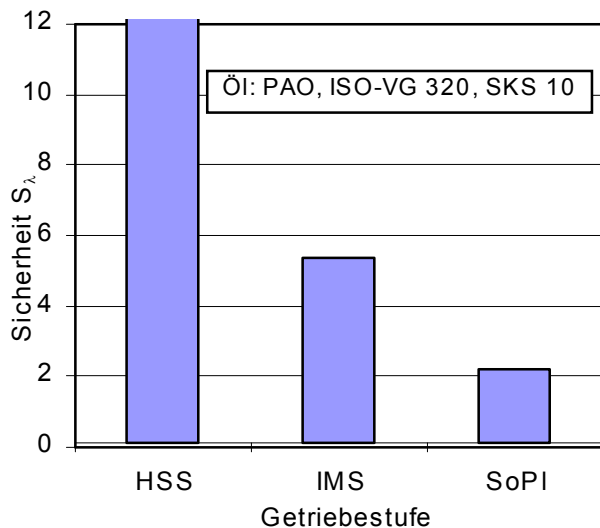


Bild 20 Einfluss der Getriebestufe, mit Zahnmodifikation, $R_a = 0,5 \mu\text{m}$

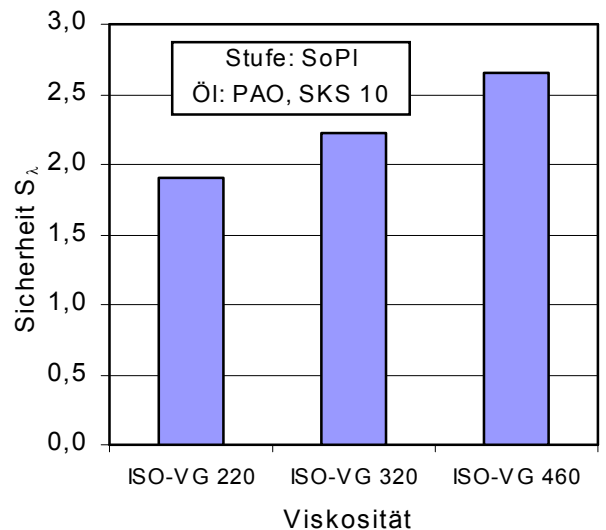


Bild 21 Einfluss der Ölviskosität, mit Zahnmodifikation, $R_a = 0,5 \mu\text{m}$

Bilder 18 bis 21 Einfluss verschiedener Parameter auf die Sicherheit S_λ gegen Graufleckenbildung unter Vollast $T = 100\%$ (Drehmoment), Generatordrehzahl $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ sowie Öleinspritztemperatur $\vartheta_E = 65 \text{ }^\circ\text{C}$

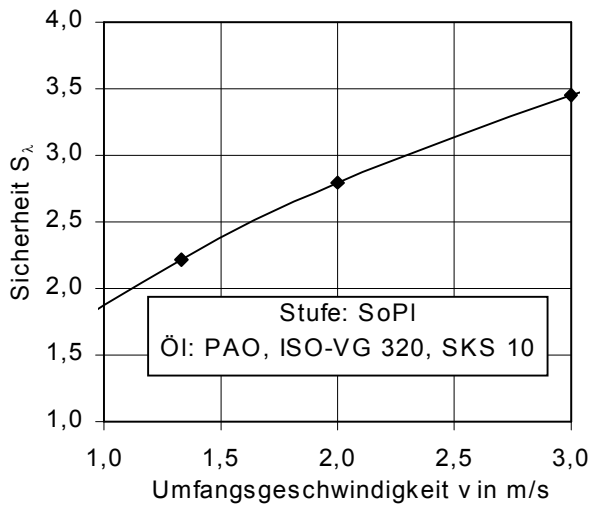


Bild 22 Einfluss der Umfangsgeschwindigkeit, Volllast, Mittenrauwert $R_a = 0,5 \mu\text{m}$

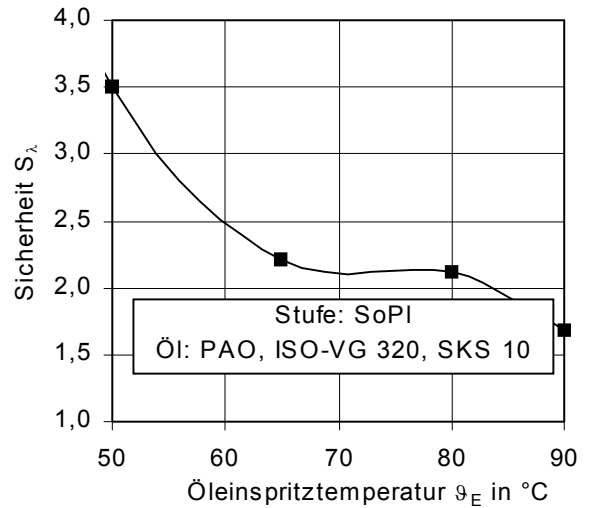


Bild 23 Einfluss der Öleinspritztemperatur, Volllast, Mittenrauwert $R_a = 0,5 \mu\text{m}$

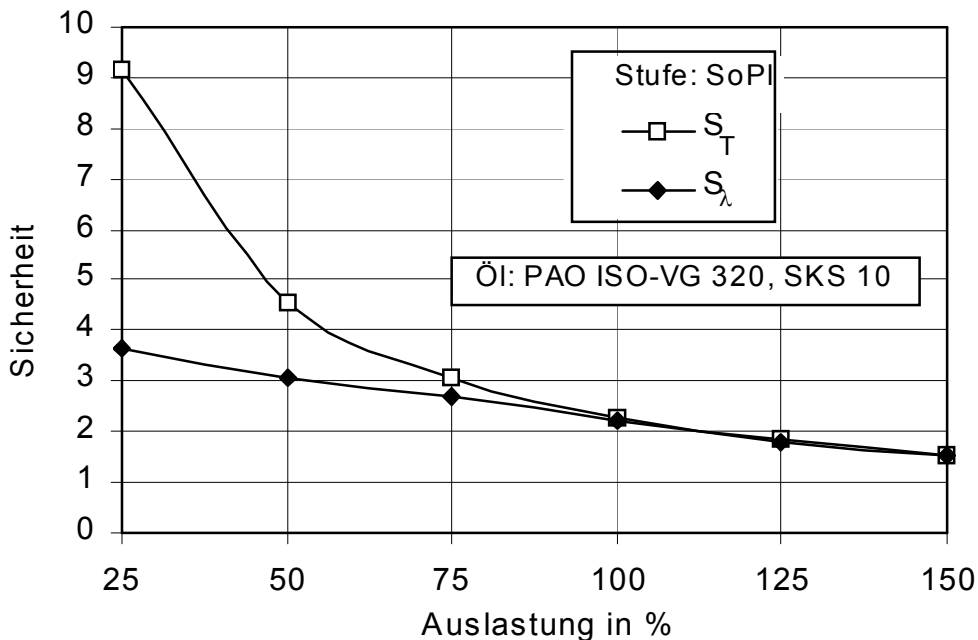


Bild 24 Einfluss der Getriebeauslastung auf die Sicherheiten S_λ und S_T , Mittenrauwert $R_a = 0,5 \mu\text{m}$

Bilder 22 bis 24 Einfluss verschiedener Betriebsparameter auf die Sicherheiten S_λ bzw. S_T gegen Graufleckenbildung

Weitere durchgeführte Parameterstudien zeigen, dass bei gleicher Nennviskosität Synthetiköle im Vergleich zu Mineralölen höhere Sicherheiten bieten, da bei höheren Schmierespalttemperaturen die Viskosität dieser Öle weniger stark abnimmt als die der Mineralöle. Eine Verminderung der Sicherheit bei höheren Öleinspritztemperaturen kann durch eine höhere Viskositätsstufe des Öles wieder ausgeglichen werden. Insgesamt zeigt die Analyse, dass für das Beispiel eine Ölauswahl wie folgt sinnvoll ist: Mineralöl ISO-VG ≥ 320 cSt und SKS ≥ 10 bzw. Synthetiköl ISO-VG ≥ 320 cSt und SKS ≥ 10 .

Mit heutigen Schleifverfahren lassen sich Zahnräder wie Sonne und Planet mit Zahnflankenrauheiten $R_a = 0,6 \dots 0,8 \mu\text{m}$ wirtschaftlich herstellen. Nach kurzer Einlaufzeit glätten sich die Zahnflanken von

selbst auf Werte $R_a \approx 0,5 \mu\text{m}$. Die Verwendung von Getriebeölen mit PD-Additiven in der Einlaufphase wirkt sich dabei besonders günstig auf eine schadensfreie Einglättung aus /14/. Nach Bild 24 liegt mit diesen Rauheitswerten im Zahneingriff Sonne/Planet bei Getriebevollast und einer Öleinspritztemperatur von 65°C eine Sicherheit $S_T = 2,2$ vor. Nach allen bisherigen Erfahrungen kann eine Sicherheit $S_T \geq 1,5$ bereits als völlig ausreichend gegen Graufleckenbildung angesehen werden. Sogar eine dauerhafte Überlast von 50% führt noch nicht zur Graufleckenbildung. Bei den heute üblichen Öleinspritztemperaturen unter 65°C liegen die Sicherheiten sogar noch höher.

Bei gleichen Rauheitswerten R_a hat das Schleifverfahren selbst keinen nennenswerten Einfluss auf die Graufleckenbildung /14/. Reduzierung der Zahnflanken-Rauheiten durch Gleitschleifen oder PVD-Beschichtung des Sonnenritzels sind weitere Möglichkeiten zur Steigerung der Graufleckentragfähigkeit.

Insgesamt decken sich die Ergebnisse der Parameterstudie bezüglich der Sicherheit gegen das Auftreten von Grauflecken recht gut mit langjährigen praktischen Erfahrungen, und zwar sowohl allgemein für Industrie- als auch für Windkraftgetriebe. Dagegen kann z.Z. bei Auftreten von Graufleckigkeit für die Güte der rechnerischen Vorherbestimmung der Getriebelebensdauer durch Auskolkungsfortschritt noch keine Aussage hinsichtlich praktischer Erfahrungen gemacht werden. Das hängt im Wesentlichen damit zusammen, dass in Hochleistungsgetrieben Öle mit hoher Graufleckentragfähigkeit eingesetzt werden, so dass Graufleckigkeit entweder erst gar nicht auftritt oder aber bei rechtzeitiger Erkennung der Graufleckigkeit der Schadensfortschritt zum Einhalt gebracht wird.

Weitere notwendige Eigenschaften der Getriebeöle sind hohe Fress- und Verschleißtragfähigkeit, geringes Schaumverhalten und gutes Luftabscheidevermögen, gute Filtrierbarkeit, hohe Korrosionsschutzfähigkeit und hohe Alterungsbeständigkeit. Wegen der schlechten Zugänglichkeit zu Windkraftgetrieben auf dem Turm sind Ölwechsel relativ kostenaufwendig. Die Betreiber von Windkraftanlagen erwarten deshalb lange Ölwechselintervalle. Dabei muss sichergestellt sein, dass die Qualität des Öles in allen Ansprüchen über die gesamte Lebensdauer erhalten bleibt. Bevor in Windenergieanlagen in größerem Umfang neue Getriebeöle zum Einsatz kommen, müssen sie in mehrjährigen Feldtests auf ihre Eignung und Langlebigkeit erprobt werden.

Die weltweite Verfügbarkeit von Getriebeölen mit hoher Graufleckentragfähigkeit ist eine Notwendigkeit und muss von den Ölherstellern sichergestellt werden. Der Getriebebetreiber hat zur Vermeidung von Graufleckenschäden unbedingt die Empfehlungsvorschriften in den Betriebsanleitungen der Getriebehersteller einzuhalten.

6. Zusammenfassung

Grauflecken sind Ermüdungsschäden an der Oberfläche einsatzgehärteter und geschliffener Zahnräder. Sie entstehen unter Mischreibung bei Unterschreitung einer kritischen Schmierfilmdicke. Von Einfluss auf die Entstehung und den Fortgang der Graufleckigkeit sind Beschaffenheit von Schmieröl und Zahnflanke sowie Betriebsbedingungen. Die Ölbeschaffenheit hängt vom Grundöl und den Additiven ab. Wesentliche und für die Wahl des Öles quantifizierbare Parameter sind die Nennviskosität und die Schadenskraftstufe SKS im Graufleckentest. Öle mit PD-Additiven können den Fortschritt von Graufleckenschäden hemmen. Von den Ölen erwartet man eine lange Lebensdauer ohne wesentliche Veränderung der Qualitätsmerkmale.

Die Zahnflankenrauheit ist ein weiterer einflussreicher Parameter. Geringe Rauheiten und das Anschleifen von Zahnmodifikationen erhöhen die Sicherheit gegen Graufleckenbildung.

Ein neues Rechenverfahren auf der Grundlage der erweiterten EHD-Theorie gestattet die Berechnung der Sicherheit gegen das Entstehen von Grauflecken unter den genannten Einflussparametern und den Betriebsbedingungen. Für ein dreistufiges Getriebe mit zwei Stirn- und einer Planetenstufe wurde die Sicherheit der Zahneingriffe gegen Graufleckenentstehung berechnet. Die zwei Stirnradstufen mit höheren Umfangsgeschwindigkeiten haben die höheren Sicherheiten. Die Wahl des Öles richtet sich nach

den Schmierbedingungen im Zahneingriff Sonne/Planet wegen der dort herrschenden geringeren Umfangsgeschwindigkeit. Hohe Nennviskosität und hohe Schadenskraftstufe sowie niedrige Einspritztemperatur des Öles führen zu hohen Sicherheiten. Bei gleichen Nennviskositäten und gleichen Schadenskraftstufen ergibt ein Synthetiköl gegenüber einem Mineralöl eine höhere Sicherheit.

Das hier angewandte neue Berechnungsverfahren nach FVA-259 zur Berechnung der Sicherheit gegen Grauflecken sollte nach einer ausreichenden Zeit der Erprobung das alte und für Großgetriebe nur begrenzt geeignete Rechenverfahren nach FVA-54 ersetzen /15/.

7. Literaturverzeichnis

- /1/ Laukotka E. und M. Finke-Höppner, J. Brandt: Graufleckigkeit - ein neuartiger Getriebeschaden in modernen Getrieben? Beratungsgesellschaft für Mineralöl-Anwendungstechnik mbH, Hamburg, Juni 1998
- /2/ Winter H. und G. Schönnenbeck: Graufleckigkeit an einsatzgehärteten Zahnrädern: Ermüdung der Randschicht mit möglicherweise schweren Folgeschäden. Z. Antriebstechnik 24 (1985) Nr. 9 (Zusammenfassender Bericht des FVA-Forschungsprojektes 54 I/II)
- /3/ Höhn B. und H. Winter, P. Oster, U. Schrade: Graufleckentragfähigkeit. Einfluss von Verzahnungsgeometrie und Betriebsbedingungen auf die Graufleckentragfähigkeit von Zahnradgetrieben. FVA-Forschungsvorhaben 259/I, Abschlussbericht Heft 583, 1999
- /4/ Predki W. und D. Haske: Graufleckentragfähigkeit von Großgetrieben. FVA-Forschungsvorhaben 286, Abschlussbericht Heft 633, 2001
- /5/ Brechot P. and A.B. Cardis, W.R. Murphy, J. Theißen: Micropitting resistant industrial gear oils with balanced performance. Industrial Lubrication and Tribology, Vol. 52, No 3, 2000, pp 125-136, MCB University Press, ISSN 0036-8792
- /6/ Höhn B. und P. Oster, G. Steinberger: Untersuchungen zum Einfluss von Lastspielzahl und Schmierungsart auf die Graufleckentragfähigkeit bei der Prüfung von Schmierstoffen. DGMK-Forschungsbericht 575, Deutsche Wissenschaftliche Gesellschaft für Erdöl, Erdgas und Kohle e.V., 2002
- /7/ Börnecke K.: Beanspruchungsgerechte Wärmebehandlung von einsatzgehärteten Zylinderrädern. Diss. RWTH Aachen, 1976
- /8/ FVA-54/I-IV: Testverfahren zur Untersuchung des Schmierstoffeinflusses auf die Entstehung von Grauflecken bei Zahnrädern. FVA-Informationsblatt 54/, Juli 1993
- /9/ Theißen J.: Eignungsnachweise von Schmierölen für Industriegetriebe. Technische Akademie Esslingen, 11. Internationales Kolloquium, Jan. 1998
- /10/ GFT-Arbeitsblatt 5: ZahnradSchmierung. Gesellschaft für Tribologie, Ernststraße 12, 47443 Moers, 1999
- /11/ Oster, P.: Beanspruchung der Zahnflanken unter Bedingungen der Elastohydrodynamik. Dissertation TU München 1982
- /12/ Schönnenbeck: Ein Beitrag zum Einfluss der Schmierstoffe auf die Zahnflankenermüdung. Beratungsgesellschaft für Mineralöl-Anwendungstechnik mbH, Hamburg, Mai 1987

- /13/ Emmert S.: Untersuchungen zur Zahnflankenermüdung (Graufleckigkeit, Grübchenbildung) schnelllaufender Zahnradgetriebe. Dissertation TU-München 1993
- /14/ Höhn B. und P. Oster, Wenhal Liu: Graufleckentragfähigkeit. Einfluss verschiedener Fertigungsverfahren auf die Graufleckentragfähigkeit von Zahnradgetrieben. FVA-Forschungsvorhaben 259/II+III, Abschlussbericht Heft 682, 2002
- /15/ Theißen J.: Berechnung der Sicherheit gegen Graufleckenbildung von Industriegetrieben auf der Grundlage des neuen Rechenverfahrens nach FVA 259. Vortrag auf dem Dresdner Maschinenelemente Kolloquium, Technische Universität Dresden, Sept. 2003. Tagungsband S. 195 – 212. Verlag Mainz, Wissenschaftsverlag Aachen, ISBN 3-86130-201-2.